Høyere aksjeandel gir ikke nødvendigvis høyere avkastning, selv ikke på svært lang sikt. Det gjelder også for oljefondet.

Spill, innsats og gevinst

KREDITT-KOMMENTAR
HALVOR HODDEVIK

La oss spille: Vi slår kron og mynt. Spillet har to utfall, begge med sannsynlighet en halv: Du får enten tilbake tre ganger det du satser, eller du får tilbake null.

Hvor mye av din formue bør du satse på dette lotteriet?

Spillet har en forventet avkastning på femti prosent (to hundre prosent med sannsynlighet en halv og minus hundre prosent med sannsynlighet en halv). Dersom ditt mål er å maksimere forventet formue etter ett spill bør du satse hele din formue.

Men hva om du kan spille så mange ganger du vil?

Etter ti runder er det en sannsynlighet på 99,9 prosent for at du har tapt alt hvis du satser alt i hver runde. Dersom du planlegger å spille spillet uendelig mange ganger viser det seg at du bør satse en fjerdedel av din nåværende formue for å maksimere langsiktig rikdom.

Løsningen gis av det såkalte Kelly-kriteriet for veddemål, lansert av John Larry Kelly jr. i 1956. Kelly-kriteriet forteller hvilken andel av de pengene man kommer til casinoet med som bør satses i hver enkelt runde gitt at man gjentar det samme spillet uendelig mange ganger.

Det er forholdsvis enkelt å vise at den andel av formuen du bør satse er lik

- sannsynligheten for å vinne
- minus sannsynligheten for å tape
- dividert med oddsene man mottar.

I spillet vårt blir svaret dermed 0,5 – 0,5/2 = 0,25, altså en fjerdedel av formuen som innsats.

En slik formelmessig sammenheng er kanskje ikke umiddelbart åpenbar for leseren. Likevel gir den opphav til noen fascinerende resultater av stor betydning for investorer. Det sies at Warren Buffett følger Kelly-kriteriet når han formulerer sine investeringsstrategier.

Kelly-kriteriet samsvarer matematisk sett med å maksimere geometrisk gjennomsnittlig avkastning på en serie veddemål, i stedet for det aritmetiske gjennomsnittet. Begrepene er enklere enn de høres ut til:

- Aritmetisk gjennomsnitt er ganske enkelt gjennomsnittet – middelverdien – av hver enkelt periodes avkastning.
- Geometrisk gjennomsnitt fanger også rentes-rente-effekten over flere perioder.

Et eksempel: Et lotteri spilt to ganger gir avkastning på null prosent i første runde og ti prosent i siste runde. Et annet lotteri gir avkastning fem prosent i begge runder. Aritmetisk gjennomsnittlig avkastning er fem prosent for begge lotteriene, og dette som beslutningskriterium gir ikke grunn til å skille lotteriene fra hverandre.

Det er mulig med den andre metoden. Geometrisk gjennomsnittlig avkastning på det første lotteriet er kvadratroten av én komma én, minus én, som er 4,89 prosent. For det andre lotteriet er den geometrisk gjennomsnittlige avkastning nøyaktig fem prosent (kvadratroten av 1,052 minus 1). Det er åpenbart at lotteri 2 er bedre enn lotteri 1: Samme gjennomsnittlige avkastning, men lavere variabilitet.

Daniel Bernoulli viste dette allerede i 1738 – at man bør velge det lotteriet som gir høyest forventet geometrisk avkastning. Fortsatt har denne erkjennelsen imidlertid fortsatt til gode å trenge inn i alminnelige forvaltningsmiljøer.

Et praktisk og mer nærliggende eksempel: En investor kan velge mellom fire aktivaklasser: Aksjer, lange obligasjoner, korte obligasjoner og bankkonto. La oss anta at alternativene har enkle egenskaper som vist i den øverste tabellen.

For å identifisere de strategier som best balanserer risiko mot forventet avkastning vil mange forvaltningsmiljøer sette opp en såkalt effisient front. I sin tradisjonelle form viser denne de beste mulige porteføljestrategier i form av forventet (aritmetisk) avkastning på y-aksen og verdisvingninger på x-aksen.

Den effisiente fronten er representert ved den grå linjen i det øverste diagrammet. Den utgjør de matematisk sett beste mulige avveiningene man kan oppnå mellom forventet årlig avkastning og standardavvik på porteføljens avkastning. Avkastningens standardavvik er her et av mange mulige mål på risiko knyttet til investeringene.

Dersom investoren primært er ute etter høy avkastning, er det klart ut fra disse alternativene at han bør legge alt han har i aksjer. Problemet er imidlertid at om investor skal gjenta dette «lotteriet» over mange år, med ønske om å maksimere formuen på sikt, er det ikke best å legge alt han har i aksjer.

For å maksimere formuen på sikt skal investor maksimere forventet geometrisk avkastning. Det andre diagrammet viser hvordan den effisiente fronten da ser ut. Porteføljene som er nummerert i grafen, er spesifisert i den nederste tabellen.

Med geometrisk avkastning som beslutningskriterium straffes de risikable alternativene for den flerperiodiske risikoen de innebærer.

Et fascinerende resultat: Om man spiller uendelig mange ganger, og spillets vilkår aldri endrer seg, så vil formuen med sikkerhet maksimeres ved å velge den strategien som maksimerer forventet geometrisk avkastning. Merk at dette er et resultat helt uavhengig av økonomenes yndede nyttefunksjoner. Investor kan måtte gå gjennom lange perioder med svært lav verdi på sine eiendeler, men ved å vedlikeholde sin konstante, prosentvise fordeling av midlene til de ulike aktivaklassene, vil formuen på sikt maksimeres med sannsynlighet én.

Aksjeandel på 72 prosent vil i dette tilfellet maksimere langsiktig formue.

Høy aksjeandel anses ofte å øke sannsynligheten både for gode og dårlige utfall. Høyere aksjeandel enn den andel som gir den maksimale geometriske forventede avkastningen, reduserer imidlertid sannsynligheten for gode utfall på sikt, samtidig som sannsynligheten for dårlige utfall øker.

Ettersom lotterienes vilkår på lang sikt aldri er kjent er det naturlig å legge litt mindre inn i høyrisikoaktivaene enn hva Kelly-kriteriet forteller. Vi ser tydelig av figuren at forventet geometrisk avkastning knapt stiger ved å gå fra 40 prosent i aksjer til 70 prosent i aksjer, mens risikoen, og dermed feilmarginen i regnestykket, vokser voldsomt.

Oljefondet økte ifjor sin aksjeandel fra 40 prosent til 60 prosent. Eksemplet inviterer, tross sin banale enkelhet, til å spørre om ikke 60 prosent i aksjer kanskje er i overkant på sikt.

Halvor Hoddevik er ansvarlig for risikorådgivning i Arctic Securities.

Oppnå maksimal gevinst!

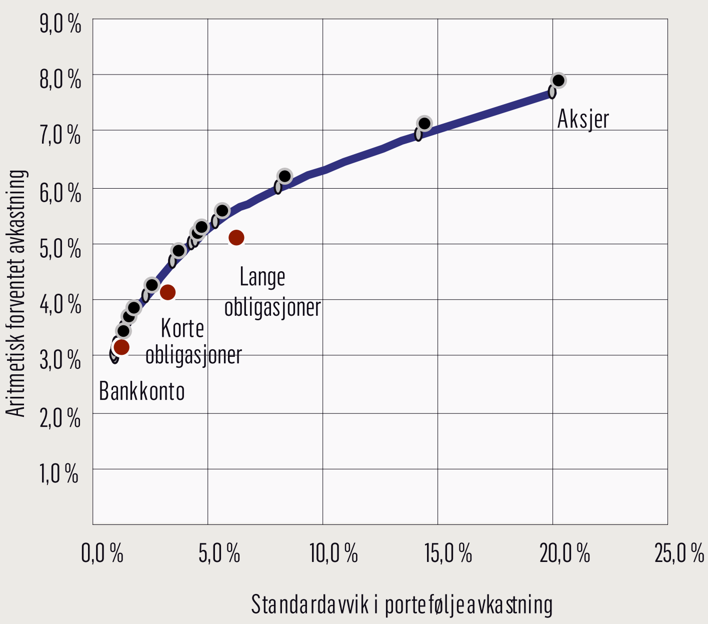
Spillets i finansmarkedet - forutsetningene

	Forventet en-periodisk aritmetisk avkastning	Standard-avvik
Aksjer	8,0 %	20 %
Lange obligasjoner	5,0 %	6 %
Korte obligasjoner	4,0 %	3 %
Bankkonto	3,0 %	1 %

Korrelasjonsmatrise	Aksjer	Lange obligasjoner	Korte obligasjoner	Bankkonto
Aksjer	100,0 %	-20,0%	-10,0 %	-
Lange obligasjoner	-20,0 %	100,0 %	50,0 %	-
Korte obligasjoner	-10,0 %	50,0%	100,0 %	-
Bankkonto	-	-	-	100,0%

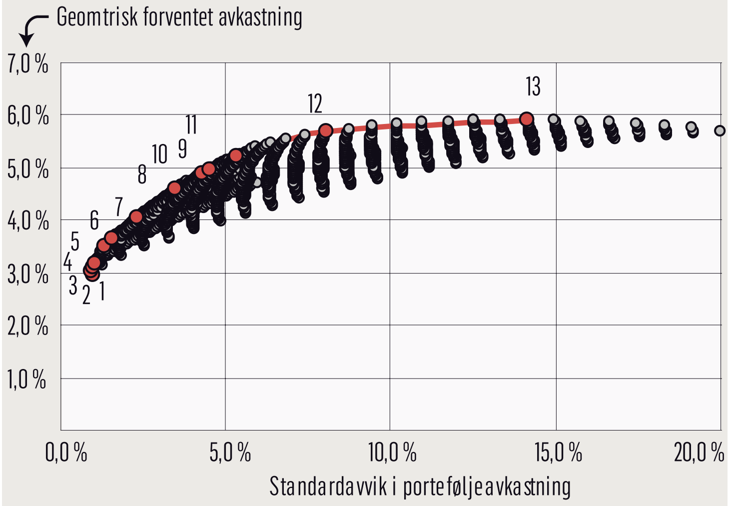
Enkel beregning

Beste løsninger – effisient front – basert på aritmetisk gjennomsnitt (enkel «middelverdi»).



«Riktig» beregning

Beste løsninger – effisient front - basert på geometrisk gjennomsnitt.



De beste porteføljene

Spesifikasjon av de 13 nummererte beste-løsningene i diagrammet ovenfor.

	Portefølje-nummer	Aritmetisk avkastning	Portefølje standardavvik	Aksjer	Lange obligasjoner	Korte obligasjoner	Bankkonto
Min risk	1	3,0%	1,0%	-	-	-	100,0%
	2	3,0%	1,0%	-	-	8,0%	92,0%
	3	3,1%	1,0%	-	-	16,0%	84,0%
	4	3,2%	1,0%	-	4,0%	16,0%	80,0%
	5	3,5%	1,3%	4,0%	8,0%	20,0%	68,0%
	6	3,6%	1,6%	4,0%	12,0%	28,0%	56,0%
	7	4,0%	2,3%	8,0%	20,0%	36,0%	36,0%
	8	4,6%	3,5%	12,0%	32,0%	52,0%	4,0%
	9	4,9%	4,3%	16,0%	48,0%	36,0%	-
	10	5,0%	4,5%	16,0%	56,0%	28,0%	-
	11	5,2%	5,4%	20,0%	72,0%	8,0%	-
	12	5,7%	8,1%	40,0%	60,0%	-	-
Max return	13	5,9%	14,2%	72,0%	28,0%	-	-